

U. Didáctica 8: Medidas. Teorema de Pitágoras

RECUERDA

El tiempo ya la amplitud de los ángulos se mide mediante un sistema de medida sexagesimal, en el que cada unidad se divide en 60 unidades del orden inferior

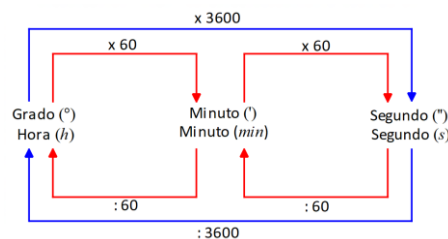
- La unidad principal de **medida de tiempo** es la **hora (h)**. Cada hora se divide en 60 **minutos (min)** y cada minuto en 60 **segundos (s)**
- La unidad principal para **medir la amplitud de ángulos** es el grado sexagesimal (**°**). Cada grado se divide en 60 **minutos (')** y cada minuto en 60 **segundos (")**

Las medidas del tiempo o de los ángulos se pueden expresar

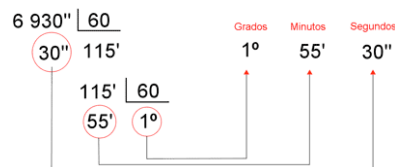
- En forma **compleja**: utilizando más de una unidad (horas o grados, minutos y segundos).
- En forma **incompleja**: utilizando una sola unidad

Conversión de medidas sexagesimales.

- La relación entre las diferentes unidades es



- **Pasar de forma compleja a incompleja.** Expresa $33^{\circ} 58' 4''$ en forma incompleja de segundos
En primer lugar pasamos los grados y minutos a segundos: $33^{\circ} \cdot \frac{3600''}{1^{\circ}} = 118800''$; $58' \cdot \frac{60''}{1'} = 3480''$
A continuación, sumamos todos los segundos: $118800'' + 3480'' + 4'' = 122284''$
- **Pasar de forma incompleja a forma compleja.** Expresa $6930''$ en forma compleja.



Ejercicios

1. Expresa en segundos las siguientes medidas de ángulos y tiempo.

a) $25^{\circ} 17' 35''$

b) $2^{\circ} 42''$

c) 5 h 45 min 45 s

d) $22^{\circ} 43' 28''$

e) 14 h 23 min 19 s

f) 45 min 30 s

2. Expresa en forma compleja las siguientes medidas de ángulos y tiempo.

a) $215''$

b) 3.417

c) 4500 s

d) 234 min

e) 25.667"

f) 789 s

3. Daniela ha estado estudiando para un examen de matemáticas cuatro horas y media. ¿Cuántos minutos ha estudiado? ¿Y cuántos segundos?

4. En una carrera de motos, un motorista ha empleado 2 h 15 min 45 s y otro ha necesitado 8340 s. ¿Cuál de los dos ha tardado menos tiempo en acabar la carrera?

5. Indica si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas. Razona la respuesta.

a) 2 h 37 min 45 s = 9465 s

b) 6' 56" = 406"

c) 6248 s = 1 h 44 min 18 s

OPERACIONES EN EL SISTEMA SEXAGESIMAL.

<p>Suma. Para sumar dos cantidades en forma compleja, se suman las cantidades de las unidades correspondientes. En el resultado final, las cantidades de minutos y segundos deben de ser inferiores a 60</p> <p><i>Ejemplo.</i> Resolver la siguiente suma: $65^{\circ} 34' 15'' + 23^{\circ} 47' 48'' + 50^{\circ} 55' 23''$</p>	<div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 65^{\circ} \quad 34' \quad 15'' \\ 23^{\circ} \quad 47' \quad 48'' \\ + \quad 50^{\circ} \quad 55' \quad 23'' \\ \hline 138^{\circ} \quad 136' \quad 86'' \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 138^{\circ} \quad 136' \quad 86'' \\ \quad \quad \quad \swarrow \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad 1' \quad 26'' \\ \hline 138^{\circ} \quad 137' \quad 26'' \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 138^{\circ} \quad 137' \quad 26'' \\ \quad \quad \quad \swarrow \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad 2^{\circ} \quad 17' \\ \hline 140^{\circ} \quad 17' \quad 26'' \end{array}$ </div> <p>El resultado es: $140^{\circ} 17' 26''$.</p>
<p>Resta. Para restar dos cantidades en forma compleja, se restan las cantidades de las unidades correspondientes. Si los minutos o segundos del minuendo son inferiores al sustraendo, se añaden 60 unidades restando una unidad inmediatamente superior.</p> <p><i>Ejemplo.</i> Resolver la siguiente resta: $85^{\circ} 15' 20'' - 40^{\circ} 37' 46''$.</p>	<div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 85^{\circ} \quad 15' \quad 20'' \\ - \quad 40^{\circ} \quad 37' \quad 56'' \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 84^{\circ} \quad 74' \quad 80'' \\ - \quad 40^{\circ} \quad 37' \quad 46'' \\ \hline 44^{\circ} \quad 37' \quad 34'' \end{array}$ </div> <p>No podemos restar $15' - 37'$ ni $20'' - 46''$. Lo que haremos será pasar un grado a minutos y un minuto a segundos, de modo que podamos realizar la resta</p> <p>El resultado es: $44^{\circ} 37' 34''$</p>
<p>Multiplicación. Para multiplicar una cantidad en forma compleja por un número natural, se multiplican por él todas las cantidades que la forman. En el resultado final, las cantidades de minutos y segundos deben ser inferiores a 60.</p> <p><i>Ejemplo.</i> Realiza la siguiente operación: $(30^{\circ} 40' 29'') \cdot 3$ <i>Solución:</i> $92^{\circ} 1' 27''$</p>	<div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 30^{\circ} \\ \times \quad 3 \\ \hline 90^{\circ} \end{array} \quad \begin{array}{r} 40' \\ \times \quad 3 \\ \hline 120' \\ + \quad 1' \\ \hline 121' \end{array} \quad \begin{array}{r} 29'' \\ \times \quad 3 \\ \hline 87'' \\ \downarrow \\ 27'' \rightarrow 87'' \text{ son } 1' \text{ y } 27'' \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} + \quad 2^{\circ} \\ \hline 92^{\circ} \end{array} \quad \begin{array}{r} 1' \\ \downarrow \\ 1' \end{array} \quad \rightarrow 121' \text{ son } 2^{\circ} \text{ y } 1'$ </div>
<p>División. Para dividir una cantidad en forma compleja por un número natural:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Se divide la cantidad de mayor orden 2) El resto obtenido se multiplica por 60 y se suma a la unidad siguiente 3) Se repiten los pasos con las restantes unidades <p><i>Ejemplo.</i> Efectúa la siguiente división: $(145^{\circ} 35' 48'') : 12$ <i>Solución:</i> Cociente: $12^{\circ} 7' 59''$; resto: $0''$</p>	<div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 145^{\circ} \quad 35' \quad 48'' \\ \overline{) 12} \\ 025 \quad +60 \\ 1^{\circ} \\ \times 60' \nearrow \\ \hline 60' \quad 95' \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 95' \quad 48'' \\ \overline{) 12} \\ 11' \quad +660'' \\ \times 60' \nearrow \\ \hline 660'' \quad 708'' \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 708'' \\ \overline{) 12} \\ 108 \quad 59'' \\ 0'' \end{array}$ </div>

6. Efectúa las siguientes operaciones con medidas de tiempo y ángulos.

a) $45^{\circ} 15' 56'' + 23^{\circ} 12' 5''$

b) $(45^{\circ} 15') \cdot 5$

c) $5^{\circ} 35' 36'' - 3^{\circ} 2' 15''$

d) $4 \cdot (25 \text{ h } 14 \text{ min } 48 \text{ s})$

e) $12 \text{ h } 34 \text{ min } 23 \text{ s} + 12 \text{ h } 31 \text{ min } 14 \text{ s}$

f) $(4 \text{ h } 56 \text{ min } 57 \text{ s}) : 3$

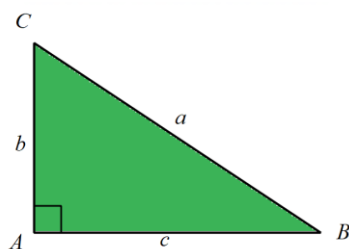
g) $45 \text{ h } 4 \text{ min } 26 \text{ s} - 20 \text{ h } 38 \text{ min } 56 \text{ s}$

h) $(28^{\circ} 51' 56'') : 4$

7. Dadas los ángulos $\hat{A} = 12^\circ 34' 23''$ y $\hat{E} = 25^\circ 25' 59''$, hallar el resultado de $3 \cdot (\hat{E} - \hat{A})$.

TEOREMA DE PITÁGORAS

Los triángulos rectángulos son aquellos que tienen un ángulo recto. El lado mayor, opuesto al ángulo recto se llama **hipotenusa** y los otros dos lados, contiguos al ángulo recto, se llaman **catetos**.



El **teorema de Pitágoras** dice que en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa, a , es igual a la suma de los cuadrados de los dos catetos, b y c .

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Si en un triángulo de lados a , b y c , siendo a el mayor de los tres:

- Verifica que $a^2 = b^2 + c^2$, el triángulo es **rectángulo** y su ángulo recto es el opuesto al lado mayor, a .
- Verifica que $a^2 < b^2 + c^2$, el triángulo es **acutángulo**.
- Verifica que $a^2 > b^2 + c^2$, el triángulo es **obtusángulo** y su ángulo obtuso es el opuesto al lado mayor, a .

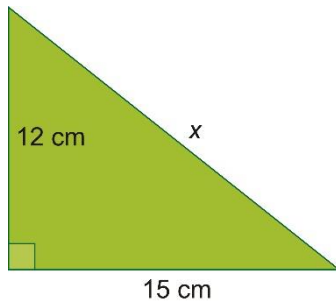
8. Calcula el lado desconocido de los siguientes triángulos rectángulos.

a) Los catetos miden 10 cm y 8 cm, respectivamente.

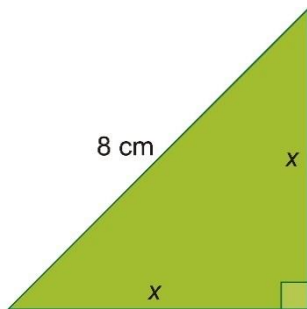
b) La hipotenusa mide 10 cm y un cateto 5 cm.

9. Calcula el valor de x en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos:

a)



b)



10. Indica el tipo de triángulo que determinan las siguientes ternas de números en función de sus ángulos, es decir, si se trata de un triángulo rectángulo, acutángulo u obtusángulo.

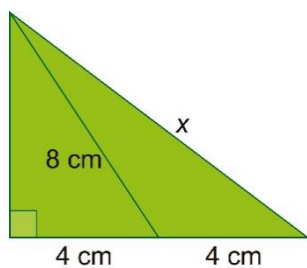
a) 15, 14 y 13 centímetros

b) 10, 8, 6 milímetros

c) 20, 25 y 30 metros

d) 5, 4 y 3 decímetros

11. Halla la longitud del lado desconocido en el siguiente triángulo.



12. Calcula la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado 7 centímetros.

13. Halla la apotema de un hexágono regular cuyo lado mide 8 cm.

14. La sombra que produce un árbol en un instante del día es igual a su altura. ¿Qué tipo de triángulo determinan el árbol y su sombra? ¿Cuál es la inclinación de los rayos de sol en ese momento?

- 15.** ¿Cuál es la distancia máxima que puede nadar Alba en una piscina olímpica que mide 50 m de largo y 25 m de ancho, si sólo puede hacerlo en línea recta?
- 16.** Una escalera de 3 metros de longitud se apoya en la pared y su base dista de esta 1 metro. ¿A qué altura de la pared llega dicha escalera?